KOMBINATORIKA

BEZ PONAVLJANJA

1) Permutacije od n elemenata : **P(n)= n != n(n-1)(n-2)…3** o **2** o **1** još važi po definiciji : **0!=1**
2) Varijacije k-te klase od n elemenata V_k^n **=n(n-1)(n-2)…(n-k+1)**
3) Kombinacije k-te klase od n elemenata $C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{V_k^n}{k!} = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}$ još važi:

$\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$, $\binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$, $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$

SA PONAVLJANJEM

1) Broj permutacija od n elemenata od kojih je k jednako medjusobno je $P_k(n)=\frac{n!}{k!}$
2) Varijacije k-te klase od n elemenata $\overline{V_k^n} = n^k$
3) Kombinacije $\overline{C_k^n} = \binom{n+k-1}{k}$

Sa n obeležavamo broj elemenata, a sa k klasu elementa.

PRVI PRINCIP ODBROJAVANJA: Ako jedan događaj može da se realizuje na **m** načina, a neki drugi na **n** načina, tada jedan od njih može da se realizuje na **m+n** načina

DRUGI PRINCIP ODBROJAVANJA: Ako jedan dogadjaj može da se realizuje na **m** načina , a neki drugi dogadjaj na **n** načina, tada se oba dogadjaja mogu istovremeno realizovati na **mn** načina

KAKO PREPOZNATI DA LI SU P , V ILI C ?

Neka je dat skup S sa n različitih elemenata. **Ako radimo sa svih n elemenata**, odnosno pravimo sve moguće različite rasporede tih n elemenata , onda ćemo upotrebiti **permutacije**. Ako trebamo formirati sve njegove podskupove od po k različitih elemenata gde nam je **bitan redosled elemenata**, onda cemo koristiti **VARIJACIJE.** Ako trebamo formirati podskupove gde nam **nije bitan redosled elemenata ,** onda ćemo upotrebiti **KOMBINACIJE.** Dve kombinacije k-te klase su jednake, ako imaju iste elemente, bez obzira kako su uredjene. Na primer : abcd=acdb=…=dcba. Kod kombinacija je svejedno kako pišemo elemente u jednom slogu, dok kod varijacija o tome moramo voditi računa.

1) Koliko se morzeovih znakova može formirati iz oba osnovna znaka . i -, ako se jedan znak sastoji najviše od pet elementarnih znakova?

Razmišljamo:

- Imamo dva znaka : · i – (tačka i crta) pa je sigurno $n = 2$
- Pošto kaže da se jedan znak sastoji <u>najviše</u> od 5 elementarnih znakova razlikovaćemo 5 situacija:

1) Ako imamo samo 1 znak $\rightarrow \bar{V}_1^2$
2) Ako ima 2 znaka $\rightarrow \bar{V}_2^2$
3) Ako ima 3 znaka $\rightarrow \bar{V}_3^2$
4) Ako ima 4 znaka $\rightarrow \bar{V}_4^2$
5) Ako ima 5 znaka $\rightarrow \bar{V}_5^2$

Pa je konačno rešenje:

$$\bar{V}_1^2 + \bar{V}_2^2 + \bar{V}_3^2 + \bar{V}_4^2 + \bar{V}_5^2$$
$$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$$
$$2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 62$$

2) Odrediti broj različitih prirodnih brojeva od 10 000 koji se mogu formirati od cifara 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Razmišljamo:

Traženi brojevi mogu biti:

1) Jednocifreni
2) Dvocifreni
3) Trocifreni
4) Četvorocifreni
5) Petocifreni

Imamo 6 brojeva: 0, 1, 2, 3, 4, 5 i cifre se mogu ponavljati, pa su u pitanju varijacije sa ponavljanjem. Moramo paziti da 0 nije na prvom mestu!!!

Zato ćemo naći sve mogućnosti pa oduzeti broj mogućnosti kada je 0 na prvom mestu!!!

1) Jednocifreni → to su brojevi 1, 2, 3, 4, 5 to jest $\bar{V}_1^5$
2) Dvocifreni → $\bar{V}_2^6 - \bar{V}_1^6 = 6^2 - 6^1 = 30$
3) Trocifreni → $\bar{V}_3^6 - \bar{V}_2^6 = 6^3 - 6^2 = 180$
4) Četvorocifreni → $\bar{V}_4^6 - \bar{V}_3^6 = 6^4 - 6^3 = 1080$
5) Petocifreni → $\bar{V}_5^6 - \bar{V}_4^6 = 6^5 - 6^4 = 6480$

Dakle konačno rešenje je: $5 + 30 + 180 + 1080 + 6480 = 7775$

3) U ravni je dato 10 različitih tačaka od kojih ni jedna trojka nijje kolinearna. Odrediti broj svih pravih koje su odredjene datim tačkama.

Pošto je prava odredjena dvema različitim tačkama, znači da od 10 biramo po 2.
Pošto redosled tačaka nije bitan u pitanju su kombinacije.

$$C_2^{10} = \binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$$

4) Košarlaški tim sačinjavaju 5 bekova, 4 centra i 3 krila. Na koliko načina se može od njih sastaviti petorka ako u njoj moraju da bar 2 beka i bar jedan centar?

Razmišljamo:

Pošto u zadatku kaže da moraju u petorci igrati bar 2 beka i 1 centar to nam daje više mogućnosti

1) 2 beka, 1 centar, 2 krila $\to C_2^5 \cdot C_1^4 \cdot C_2^3$
2) 2 beka, 2 centra, 1 krilo $\to C_2^5 \cdot C_2^4 \cdot C_1^3$
3) 2 beka, 3 centra $\to C_2^5 \cdot C_3^4$
4) 3 beka, 1 centar, 1 krilo $\to C_3^5 \cdot C_1^4 \cdot C_1^3$
5) 3 beka, 2 centra $\to C_4^5 \cdot C_2^4$
6) 4 beka, 1 centar $\to C_4^5 \cdot C_1^4$

Sad je broj svih mogućnosti:

$$C_2^5 \cdot C_1^4 \cdot C_2^3 + C_2^5 \cdot C_2^4 \cdot C_1^3 + C_2^5 \cdot C_3^4 + \cdot C_3^5 \cdot C_1^4 \cdot C_1^3 + \cdot C_3^5 \cdot C_2^4 + C_4^5 \cdot C_1^4 =$$
$$\binom{5}{2}\binom{4}{1}\binom{3}{2} + \binom{5}{2}\binom{4}{2}\binom{3}{1} + \binom{5}{2}\binom{4}{3} + \binom{5}{3}\binom{4}{1}\binom{3}{1} + \binom{5}{3}\binom{4}{2} + \binom{5}{4}\binom{4}{1} = 540 \text{ mogućnosti}$$

5) Na koliko različitih načina se moze raspodeliti 5 dečaka i 5 devojčica u bioskopskom redu od 10 stolica tako da dva dečaka nikad ne sede jedan pored drugog?

Razmišljamo:

Pošto ima 10 mesta a 2 dečaka ne smeju biti jedan do drugog, to znači da raspored ide jedan dečak jedna devojčica.

Deč.	Dev.	Deč.	Dev.	Deč.	Dev.	Deč.	Dev.	Deč.	Dev.

- Mogućnost za dečake je 5!
- Mogućnost za devojčice je 5!

Ali moramo razmišljati da na prvom mestu može biti i devojčica.

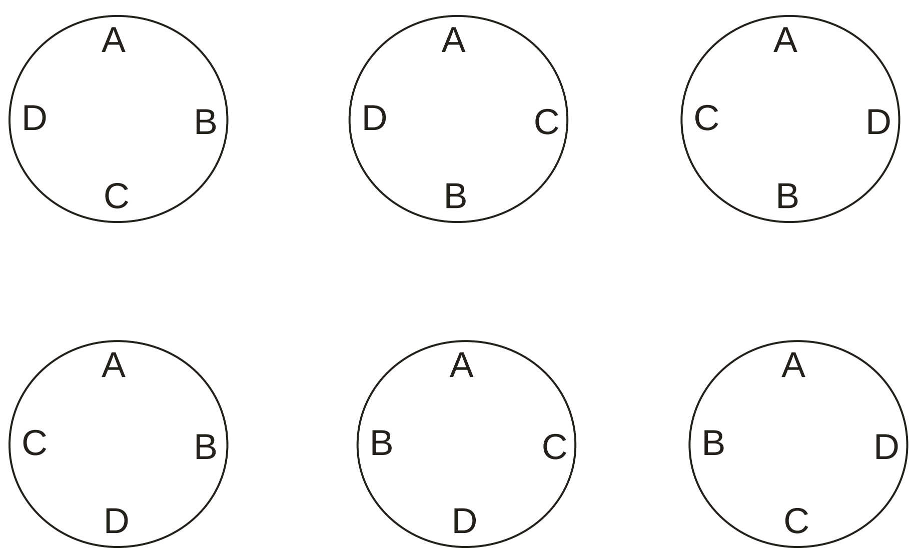
Dev.	Deč.	Dev.	Deč.	Dev.	Deč.	Dev.	Deč.	Dev.	Deč.

Pa broj svih mogućnosti:

$$2\cdot 5!5! = 2\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 2\cdot 120\cdot 120 = 28800$$

6) Na koliko načina četiri osobe mogu da stanu u krug?

Najbolje da mi to nacrtamo



Dakle ima 6 mogućnosti!!!

7) Koliko ima četvorocifrenih brojeva koji počinju sa 2 a završavaju se sa 7?

To su brojevi 2 ▒▒ 7, gde umesto kvadratića mogu biti brojevi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Znači, brojevi mogućnosti je:

$$\overline{V}_1^2 = 10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

8) Koliko ima trocifrenih brojeva koji su deljivi sa 5?

Trocifreni brojevi su od 100 do 999. Znači ima 900 broja
Pošto je svaki peti deljiv sa 5 počevši od 100 to takvih brojeva ima 900:5=180

9) Koliko ima brojeva izmedju 3000 i 6000 koji se završavaju sa 3 ili 7?

→ Brojevi koji počinju sa 3 su

3 ▒▒ 3 → $\overline{V}_2^{10} = 10^2 = 100$

3 ▒▒ 7 → $\overline{V}_2^{10} = 10^2 = 100$

→ Brojevi koji počinju sa 4

4 ▒▒ 3 → $\overline{V}_2^{10} = 10^2 = 100$

4 ▒▒ 7 → $\overline{V}_2^{10} = 10^2 = 100$

Slično je i: 5 ▒▒ 3 → 100 broja
5 ▒▒ 7 → 100 broja
6 ▒▒ 3 → 100 broja
6 ▒▒ 7 → 100 broja

Dakle, ukupno ima 100·6=600 broja